

投资中风险控制的数学模型

廖文辉
广金量化工作室

目录

1

风控的重要性

2

风控中常见的数学模型

3

数学模型在风控中的应用流程

4

其局限性与补充



广东金融学院
Guangdong University of Finance

一、 风控的重要性：投资基础

1. 风险评估是投资决策的前提和基础，它能够帮助投资者更全面、准确地了解投资项目的潜在风险。
2. 通过对投资风险的评估，投资者可以更加科学地进行决策，避免因主观判断失误而导致的投资损失。



二、风控中常见的数学模型：风险价值模型

风险价值模型：即VaR模型，用于量化和衡量投资组合或金融资产在一定置信水平下，预期在给定时间内可能遭受的最大损失。VaR模型提供了简洁明了的风险表示，并允许事先计算潜在风险，适用于投资组合的风险评估。

优点：VaR模型具有直观性、可计算性和适用性等优点，为金融机构和投资者提供了有效的风险管理工具。

缺点：VaR模型依赖于历史数据，可能无法充分反映未来的市场变化；同时，它也无法涵盖所有潜在风险，特别是在极端市场情况下可能存在局限性。



二、 风控中常见的数学模型：条件风险价值模型

条件风险价值模型：即CVaR模型，是指在投资组合的损失超过某个给定VaR值的条件下，该投资组合的平均损失值。

优点：CVaR能够更精确地度量尾部风险，提供了对潜在风险的更深入洞察。此外，CVaR的计算相对简便，可以通过使用线性规划算法来进行优化。

应用：金融机构可以利用CVaR设置风险限额，监控投资组合的风险水平，并及时调整投资策略以应对市场变化。此外，CVaR还可应用于金融监管部门对金融机构或上市公司信息披露与金融监管、信用风险的测量、套期保值功能等方面。



二、 风控中常见的数学模型：资本资产定价模型

资本资产定价模型：即CAPM模型，当市场处于均衡状态时，某种资产（或资产组合）的期望收益率是其贝塔值的线性函数。

局限性：CAPM的假设前提是难以实现的，例如假设所有投资者都按马克维茨的资产选择理论进行投资，且计算过程中也存在难以确定的变量。



基础理论：马科维茨均值-方差理论

假设市场上有 n 种风险资产，资产的收益率分别为 $r_1, r_2, \dots, r_n$ ，投资者在各风险资产上的

配置比例分别为 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ，则投资组合的收益率为 $r_p = \sum_{i=1}^n \omega_i r_i$ ，其中

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 1.$$

从而，投资组合的期望收益率为

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n \omega_i E(r_i)$$

方差为

$$Var(r_p) = \sum_{i=1}^n \omega_i^2 Var(r_i) + \sum_{i \neq j} \omega_i \omega_j Cov(r_i, r_j)$$



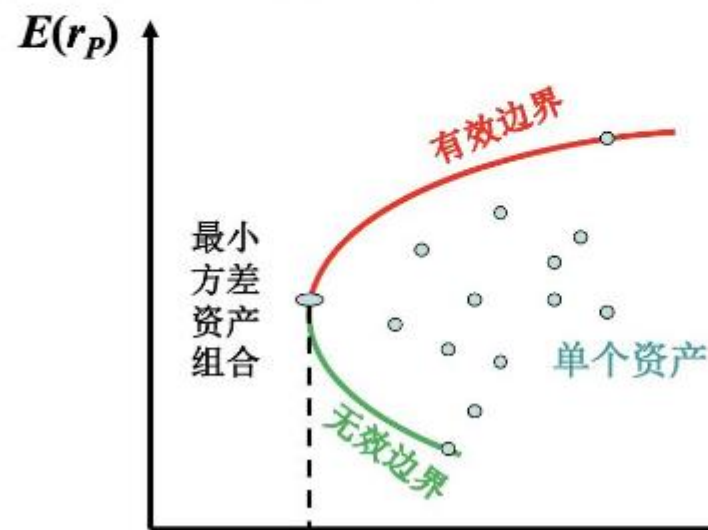
基础理论：马科维茨均值-方差理论

将 $E[U(r_p)]$ 进行Taylor展开，可以发现，若 $r_1, r_2, \dots, r_n$ 服从正态分布，则期望效用完全取决于投资组合收益率的均值与方差。再假设效用函数是凹函数，则投资者的决策问题为：

$$\begin{aligned} & \min_{\omega_i} \text{Var}(r_p) \\ & s.t. \quad \begin{cases} \bar{r}_p = \sum_{i=1}^n \omega_i E(r_p) \\ \sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

多种风险资产的组合

◆ 风险资产有效边界



知乎 @JackyDai



广东金融学院
Guangdong University of Finance

基础理论

1.威廉夏普CAPM理论

2.罗斯APT理论

1976年，罗斯发表了《Return, Risk and Arbitrage》和《The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing》两篇论文，正是这两篇论文奠定了APT模型的基础。

在罗斯的构想中，他规避了CAPM模型对市场组合这个可能在现实中不存在的概念的依赖，也不再局限于CAPM的单一时间跨度与无限借贷的假设，强调证券的收益不是只受到对市场组合变动的敏感性（也就是贝塔系数）的影响，而是受到经济系统中许多因素的敏感性共同影响，这意味着我们可以使用一个多因素模型，来分析股票对于不同的因素变动的敏感性。在APT理论的世界里，由于市场中可以很快发现套利的空间，那么同样风险性质的资产就应该是价格一致的，这样收益就应该和一组风险因子线性相关，如果市场中只有一个因子，那么APT其实就是CAPM是同一个结构，而我们的工作转换为找到一个有效的可以全面衡量风险的因子组合。

$$r_j = a_j + b_{j1}F_1 + b_{j2}F_2 + \cdots + b_{jn}F_n + \epsilon_j$$



基础理论：Fama-French三因子模型

Fama和French 1993年指出可以建立一个三因子模型来解释股票**回报率**。模型认为，一个**投资组合**（包括单个股票）的超额回报率可由它对三个因子的暴露来解释，这三个因子是：市场资产组合（ $R_m - R_f$ ）、市值因子（SMB）、账面市值比因子（HML）。这个多因子均衡定价模型可以表示为：

$$E(R_{it}) - R_{ft} = \beta_i [E(R_{mt} - R_{ft})] + s_i E(SMB_t) + h_i E(HMI_t)$$



二、 风控中常见的数学模型：布莱克-舒尔斯模型

布莱克-舒尔斯模型：即Black-Scholes模型，简称BS模型，其假设金融资产价格服从对数正态分布，而金融资产收益率服从正态分布。在期权有效期内，无风险利率和金融资产收益变量是恒定的。市场无摩擦，即不存在税收和交易成本。金融资产在期权有效期内无红利及其它所得（该假设后被放弃）。该期权是欧式期权，即在期权到期前不可实施。

公式： $c = S_0 N(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2)$ 。其中，C为期权初始合理价格，X为期权交割价格， S_0 为所交易金融资产现价， $T-t$ 为期权有效期， r 为连续复利计无风险利率， $N()$ 为正态分布变量的累积概率分布函数， $D1$ 和 $D2$ 为中间变量。



二、 风控中常见的数学模型：布莱克-舒尔斯模型

局限性：它假设价格的变动符合高斯分布（即俗称的钟形曲线），但在财务市场上经常出现符合统计学肥尾现象的事件，这会影响此公式的有效性。

应用：Black-Scholes模型的提出带来了期权市场的繁荣，尽管在很多情况下被使用者进行一定的改动和修正，但它仍然被视为最经典的期权定价模型之一。



金融数学模型

1. 资产组合理论 Harry Markowitz (1952) , Portfolio Selection
2. MM理论 Franco Modigliani , Merton H. Miller (1958) The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment
3. 资本资产定价模型 Sharpe, Williams (1964) , Capital asset prices:A theory of market equilibrium under conditions of risk
4. 有效市场理论 (EMH) Fama (1970) . Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work
5. 期权定价模型 (BS公式) Fischer Black , Myron Scholes (1973) , The Pricing of Options and Corporate Liabilities
6. 套利定价理论 Ross , Stephen A. (1976) , The arbitrage theory of capital asset pricing



二、 风控中常见的数学模型：**GARCH模型**

广义自回归条件异方差模型：即GARCH模型，核心思想是使用过去的残差项和过去的方差来预测当前时刻的方差，从而更好地捕捉时间序列中的波动性。由均值方程和方差方程两部分组成，均值方程通常是一个ARMA（自回归移动平均）模型，方差方程则是一个GARCH模型。

应用：能够捕捉时间序列数据中波动率的变化特性，在金融市场的风险管理、资产定价和经济计量学中得到了广泛应用。主要用于描述时间序列数据中波动性的异方差结构，即波动性在时间上发生变化的现象。



三、数学模型在风控中的应用流程

数据采集

历史价格



收益率



波动率



流动性

包括宏观面数据等，
尽可能综合。

模型构建

选择模型



选择算法



数据特征



数据内涵

线性的、非线性的、
概率的、统计的。

参数优化

参数调整



选择算法



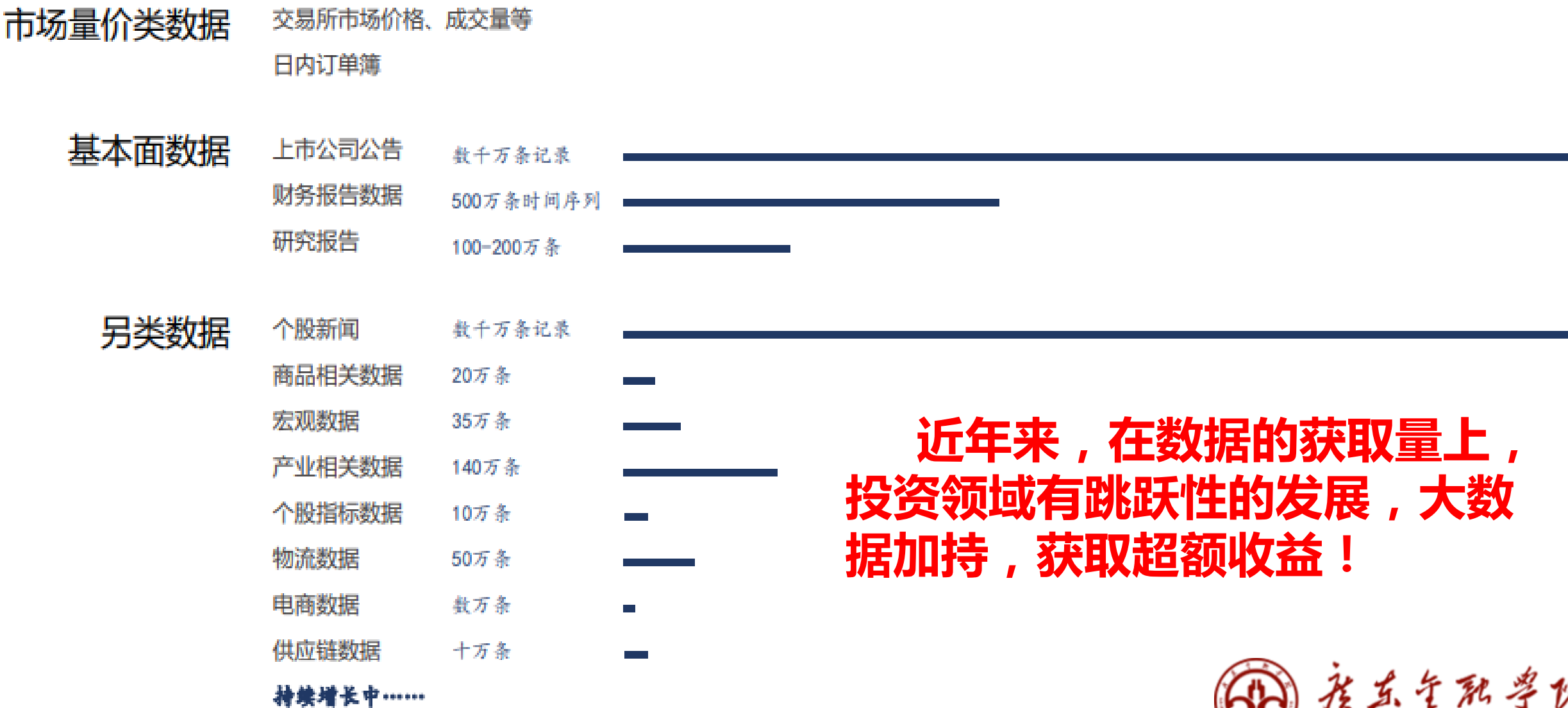
因子构建



组合构建

遗传算法、粒子群
算法等。

应用场景：数据科技改变时代



近年来，在数据的获取量上，
投资领域有跳跃性的发展，大数
据加持，获取超额收益！



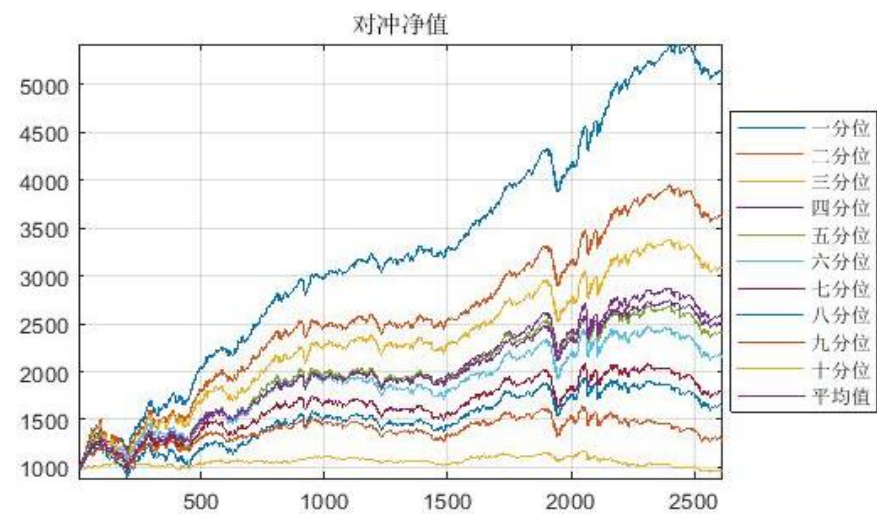
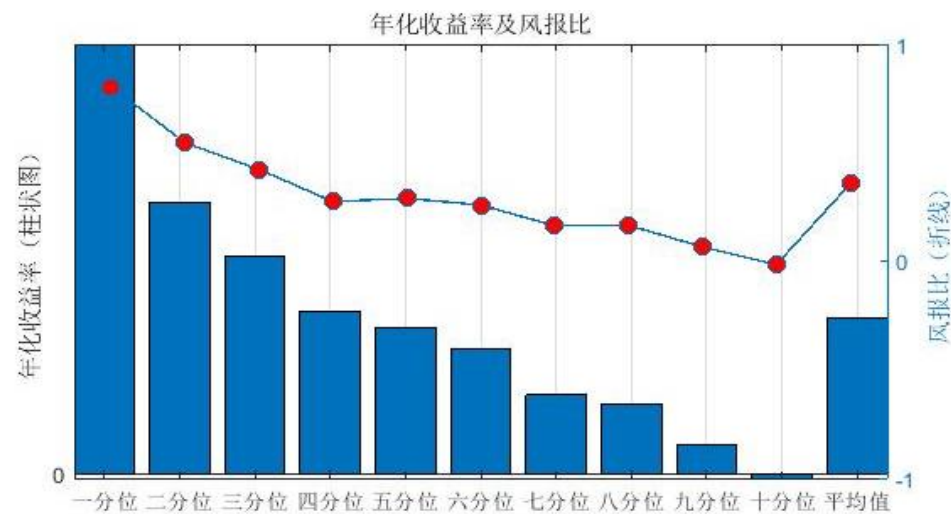
四、 数学模型在风控中的局限性及补充

局限性：模型可能无法充分反映所有潜在风险，特别是在极端市场情况下；同时，模型的准确性也依赖于充足的历史数据和合理的假设条件。

补充方法：进行敏感性分析、压力测试等，以了解投资组合在不同市场条件下的表现情况；同时，也可以考虑投资者的风险偏好和态度，以及市场趋势和宏观经济环境等因素，来制定更合理的投资策略。



敏感性分析



5. 赛题回顾

赛题回顾

已结束



第一届“大湾区杯”粤港澳金融数学建模竞赛

数学建模

品 牌：“大湾区杯”粤港澳金融数学建模竞赛

组织单位：广东省工业与应用数学学会、粤港澳国家应用数学中心、万联证券股份有限公司、广东泰迪智能科技有限公司、杭州同花顺数据开发公司、深圳点宽网络科技有限公司

🏆 奖金 **¥59,000**

👥 队伍 **3,285**

👤 人数 **8,856**

报名竞赛截止时间

选择题目截止时间

作品提交截止时间

我的成绩

1

2020-10-25
22:00:00

2

2020-11-09
14:00:00

3

2020-11-09
14:00:00

4

2020-12-22
10:00:00

<https://www.tipdm.org:10010/#/competition/1352565529008857088/introduce>



广东金融学院
Guangdong University of Finance

赛题回顾

A题：大湾区指数增强策略

| 赛题描述

指数增强策略采用量化增强模型，追求高于标的指数回报水平的投资，同时力求进行有效的风险控制、降低交易成本、优化投资组合。指数增强策略不会对跟踪标的成份股进行完全复制，而是会对部分看好的股票增加权重，不看好的股票则减少权重，甚至完全去掉。通过对交易成本模型的不断监测，尽可能让交易成本降到最小。综合来看，就是既做到超额收益，又控制主动风险。

B题：知识产权证券化

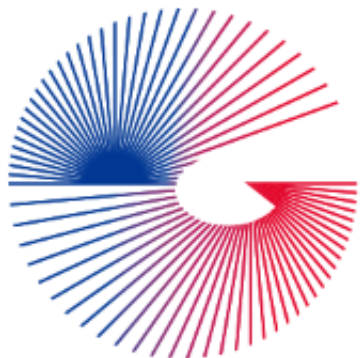
| 赛题描述

进入知识经济时代，知识资产在企业资产价值中的比重急剧提升，逐渐取代传统的实物资产成为企业的核心竞争力，同时也驱动企业将融资的重点从实物资产转向无形的知识资产。知识产权证券化将为知识产权的所有者提供以知识产权为依托的全新的融资途径，将知识资产与金融资本有效融合，从而实现在自主创新过程中资金需求与供给的良性循环。



赛题回顾

进行中



第二届“大湾区杯”粤港澳金融数学建模竞赛

数学建模

品 牌：“大湾区杯”粤港澳金融数学建模竞赛

组织单位：广东省工业与应用数学学会、万联证券股份有限公司、粤港澳国家应用数学中心、广东泰迪智能科技有限公司、浙江核新同花顺网络信息股份有限公司、深圳点宽网络科技有限公司

🏆 奖金 **¥56,000**

👥 队伍 **3,297**

👤 人数 **8,593**

报名开始时间

1

2021-09-10
10:00:00

报名截止时间

2

2021-10-25
22:00:00

竞赛开始时间

3

2021-11-01
10:00:00

选题截止时间

4

2021-11-08
15:00:00

作品提交截止时间

5

2021-11-08
15:00:00

<https://www.tipdm.org:10010/#/competition/1352565529008857088/introduce>



广东金融学院
Guangdong University of Finance

赛题回顾

A题：A题-拆单算法

赛题描述

A题-拆单算法

赛题附件

文件
A题-拆单算法.pdf
附件1：10支票_tick_data.xlsx
附件2-tick数据字段说明.docx
附件3：每日拆单策略模板.xlsx
附件4：实测报告模板.xlsx

B题：B题 券商研报对公司股票走势的影响和投资策略

赛题描述

B题 券商研报对公司股票走势的影响和投资策略

赛题附件

文件	下载时间	操作
B题 券商研报对公司股票走势的影响和投资策略.pdf	2021-11-01 09:00:00 ~ 2021-11-08 14:00:00	不可下载
附件 1 万科A 000002.SH.pdf	2021-11-01 09:00:00 ~ 2021-11-08 14:00:00	不可下载
附件 2 华帝股份 002035.SZ.pdf	2021-11-01 09:00:00 ~ 2021-11-08 14:00:00	不可下载
附件 3 中国平安 601318.SH.pdf	2021-11-01 09:00:00 ~ 2021-11-08 14:00:00	不可下载



拆单算法

大额股票交易时，交易者所持股票数量超过市场当前的成交量，一次大额的交易会导致目标证券价格发生异动。因此，交易者通常会将大单拆分成大量小单，分批执行，减少对市场的冲击、降低成本和风险。拆单算法设计时，主要考虑冲击成本与时间等待风险。



2022年第三届“大湾区杯”粤港澳金融数学数学建模竞赛赛题

发布时间：2022-11-01

作者：本站原创

浏览量：4531

A题-高频交易的策略设计和异常交易识别

[A题-高频交易的策略设计和异常交易识别.pdf](#)

附件：相关股票数据.zip

下载地址：<https://pan.baidu.com/s/18dQMwZcIOuEjMv2QjnrbkA> 提取码：2022

B题-基于宏观经济周期的大类资产配置策略构建

[B题：基于宏观经济周期的大类资产配置策略构建.pdf](#)

附件1：宏观经济指标数据（1、2问）.zip

附件2：大类资产指数行情数据（3、4问）.zip



2023年（第四届）“大湾区杯”粤港澳金融数学数学建模竞赛赛题

发布时间：2023-11-01

作者：本站原创

浏览量：5849

2023A题-跨境 ETF 套利策略设计

[2023A题-跨境 ETF 套利策略设计.pdf](#)

2023A题附件下载地址：<https://pan.baidu.com/s/1B0aNcPImfDSDGE4kFrynfw?pwd=2023>

提取码：2023

2023B题-基于中国特色估值体系的股票数学模型分析和投资策略

[2023B题-基于中国特色估值体系的股票数学模型分析和投资策略.pdf](#)

[2023B题-基于中国特色估值体系的股票数学模型分析和投资策略附件.zip](#)



谢谢聆听