

2021 年第二届“大湾区杯”粤港澳金融数学建模竞赛题目

A 题 拆单算法

证券二级市场中,在进行大额股票交易的时候,大额交易者所持有的股票数量超过了市场当前的成交量,一次大额的交易会导致目标证券价格发生异动,进而增加交易的成本。为了减少交易成本,大额交易者通常会将大单拆分成大量较小的交易,分批执行,减少对市场的冲击、降低机会成本和风险。

拆单算法的终极目标是在与其他机构投资者机会均等的情况下,通过减少冲击成本、选择合适的交易方式与时机,在给定的交易时间内,获得优于比较基准成交结果。拆单算法设计时,主要考虑的是**冲击成本与时间等待风险**的平衡。(a) 冲击成本与投资者需要执行的股票数量、市场的总交易量以及股票的波动率相关。冲击成本可以分为永久性冲击成本、暂时性冲击成本。其中,永久性冲击成本是由于交易造成的永久性的不利偏移,可以理解为交易者在交易过程中造成的信息泄露;暂时性冲击成本指由于市场流动性不足造成的市场价格暂时性偏离,在流动性恢复以后价格会回到原来的位置。(b) 算法交易做交易决策时,最大的风险就是时间风险,即交易不立即执行可能带来的价格风险。决定时间等待风险的因子,包括价格的波动率、价格的不确定性、流动性风险(成交量的不确定性)、市场冲击成本估计的误差等。为了优化拆单决策,对下一个时间节点的成交量与价格的预测非常重要。

此外,市场上的大额交易者都不会一次性把自己所有的交易指令都暴露出来。因此,实际的交易机会远远多于我们能看到公开的交易机会。通过算法交易,我

们可以通过科学的方法发现这些交易机会，有效地完成大额交易，提高交易的效率。

算法交易一般通过回测法进行测试，包括不同参数效果的稳定性以及交易效果对参数的敏感性。目前，算法交易常用的业绩标杆（比较的基准）包括开盘价格、收盘价格、成交量加权平均价格（VWAP）、时间加权平均价格（TWAP）、实现差价（即纸面交易与实际成交均价之间的差）、到达价格等。

现有 10 只股票的 tick 频度的行情数据(本题提供了一个拆单案例见附录一)。请建立数学模型，完成如下任务：

1. 分析这些股票时间序列和截面*的交易量与价格的变化趋势。

（时序数据是指对同一研究对象按照时间顺序连续获取的观测值；截面数据是指在某一时点收集的由不同研究对象的观测值组成的数据集合。）

2. 预测这些股票未来连续 30 个 tick 时间的成交量与价格。
3. 设计拆单算法，在满足以下条件的情况下完成拆单交易，使交易完成后成交的总成交金额越大越好：

(1) 每只股票有 4 万手的股票仓位，需要在 1 天内卖出；

(2) 在 100 个 tick 时间内（不能连续，至少相隔 6 秒以上）将股票挂单完毕；

（若超过 100 个 tick 没有成交完毕，即用 100 个 tick 中的最低成交价格成交。）

(3) 每个 tick 时间的挂单量上限不超过 1 万手（ $\leq 25\%$ ）。

本题目要求参赛者除完成论文作品上传外，还需要对参赛者设计的拆单算法进行实测。实测中规定参赛者持有十只股票，每只 20 万手的仓位，在一周内（五个交易日）交易完毕；请根据你建立的数学模型，结合五个交易日（11 月 8 日

-12 日) 当天的 tick 数据, 实施虚拟拆单交易并于次日上午 9 点前上传当日拆单交易策略。

交易规则如下:

- 1) 单日拆单成交量不超过该只股票成交总量的百分之十;
- 2) 每个 tick 时间的挂单量上限不超过 1 万手, 在 500 个 tick 时间内 (不能连续, 至少相隔 6 秒以上) 将股票挂单完毕; (若超过 500 个 tick 没有成交完毕, 即用 500 个 tick 中的最低成交价格成交)。

拆单策略与实测报告上传要求:

- 1) 竞赛网站于 11 月 8 日-12 日每日下午 6 点前发布该十只股票当天的 tick 数据, 要求参赛者在次日上午 9 点前将当日的虚拟拆单交易结果上传至竞赛网站;
- 2) 实测结束后, 要求参赛者于 13 日上午 9 点前上传包含全部五个交易日的实测报告 (须与每日数据保持一致);
- 3) 每日拆单交易结果与实测报告模板见附件。

附录一:

拆单案例: 下面是真实的 2 个 tick 数据的成交量(手)还有价格

假设需要成交的总手数为 25000

Q1:[3303, 264, 278, 124, 7502],[14.55, 14.54, 14.53, 14.52, 14.51]

Q2:[198, 2045, 3052, 2276, 281], [14.57, 14.56, 14.55, 14.54, 14.53]

提交结果

Q1:10000

Q2:10000

Q3: 剩余手数

实际撮合逻辑:

Q1 撮合:

$3303 \times 14.55 = 4805865$ (剩余 $10000 - 3303 = 6697$)

$264 \times 14.54 = 383856$ (剩余 $6697 - 264 = 6433$)

$278 \times 14.53 = 403934$ (剩余 $6433 - 278 = 6155$)

$124 \times 14.52 = 155248$ (剩余 $6155 - 124 = 6031$)

$6131 \times 14.51 = 8900434$ ($6061 < 7502$, 全部成交剩余:0)

当期实际成交:10000

总手数成交剩余 = $25000 - 10000 = 15000$

Q2 撮合:

$198 \times 14.57 = 288486$ (剩余 $10000 - 198 = 9802$)

$2045 \times 14.56 = 2977520$ (剩余 $9802 - 2045 = 7757$)

$3052 \times 14.55 = 4440660$ (剩余 $7757 - 3052 = 4705$)

$2276 \times 14.54 = 3309304$ (剩余 $4705 - 2276 = 2429$)

$281 \times 14.53 = 408293$ (剩余 $2429 - 281 = 2148$)

当期实际成交: $198 + 2045 + 3052 + 2276 + 281 = 7852$

总手数成交剩余: $15000 - 7852 = 7148$

Q3:剩余手数 7148 手, 按照 Q1 或者 Q2 撮合逻辑成交。

若因后面再无提交,剩余的所有手数用历史的最低价格 14.51 成交

$$7148 \times 14.51 = 10371748$$

成交后总市值为所有成交的市值和 36445347 元